

## BAB V

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang dilakukan pada Bab IV maka di peroleh kesimpulan bahwa berdasarkan persamaan diferensial sistem dinamik untuk kasus penurunan barang pada waktu berhingga diperoleh persamaan yaitu:

$$\dot{I} = P(t) - D(t) + v(t)I(t) \quad t \in [t_1, t_2]$$

Dengan fungsi tujuan dari model persediaan barang yang mengalami penurunan yaitu sebagai berikut:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t \{h[I(t) - \hat{I}]^2 + K[P(t) - \hat{P}]^2\} dt$$

Kemudian, persamaan Hamilton didefinisikan sebagai berikut:

$$H = \frac{1}{2} [h(I - \hat{I})^2 + K(P - \hat{P})^2] + \lambda g$$

dengan  $g = D - P - vI$  dan persamaan lagrange didefinisikan sebagai berikut:

$$L = \frac{1}{2} [h(I - \hat{I})^2 + K(P - \hat{P})^2] + (\lambda - \mu)g$$

Kemudian, diasumsikan  $\alpha_1(t) = -\frac{h}{K}\hat{I} + \alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}(\hat{P} - D) - \dot{D}$  sehingga

solusi dari persamaan  $\ddot{I} - \left(\frac{h}{K} + \left(\frac{d}{dt}(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c})\right) + (\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c})^2\right)I = \alpha_1(t)$  akan dibentuk dua kasus dalam bentuk solusi eksplisit yaitu:

a. Ketika fungsi  $\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}$  dalam bentuk konstanta maka akan di peroleh solusi sebagai berikut:

$$I(t) = c_1 e^{rt} + c_2 e^{-rt} + Q(t)$$

$$Q(t) = \frac{h\hat{I} - \alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}K(\hat{P} - D)}{h + K(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c})^2}$$

$$c_1 = \frac{(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} + r)e^{-rt_2}(M - Q(t_1)) - e^{-rt_1}(\dot{Q}(t_2) + \hat{P} + D - \alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}Q(t_2))}{(e^{rt_1})((\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} + r)e^{-rt_2}) - (e^{-rt_1})((\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} - r)e^{rt_2})}$$

$$c_2 = \frac{-(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} - r)e^{rt_2}(M - Q(t_1)) + e^{rt_1}(\dot{Q}(t_2) + \hat{P} + D - \alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c}Q(t_2))}{(e^{rt_1})((\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} + r)e^{-rt_2}) - (e^{-rt_1})((\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} - r)e^{rt_2})}$$

b. Jika fungsi  $\frac{h}{K} + \frac{d}{dt}(\alpha\beta^2 ct^{\beta t^c} e^{-\beta t^c}) + (\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c})^2$  dalam bentuk konstanta maka akan di peroleh solusi sebagai berikut:

$$I(t) = c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{-k_2 t} + Q(t)$$

$$Q(t) = V_1 e^{k_1 t} + V_2 e^{-k_1 t} + \frac{h\hat{I}}{Kk_1^2}$$

$$c_1 = (\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} + k_1)e^{-k_1 t_2} \left( M - \left( V_1(t_1)e^{k_1 t_1} + V_2(t_1)e^{-k_1 t_1} + \frac{h\hat{I}}{Kk_1^2} \right) \right) - \left( e^{-k_1 t_1} \left( -V_1(t_2)e^{k_1 t_2} - V_2(t_2)e^{-k_1 t_2} + \hat{P} + D - \frac{h\hat{I}}{Kk_1^2} \right) \right) \frac{1}{(e^{k_1 t_1})((\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} + k_1)e^{-k_1 t_2}) - (e^{-k_1 t_1})((\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} - k_1)e^{k_1 t_2})}$$

$$c_2 = -(\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} - k_1)e^{k_1 t_2} \left( M - \left( V_1(t_1)e^{k_1 t_1} + V_2(t_1)e^{-k_1 t_1} + \frac{h\hat{I}}{Kk_1^2} \right) \right) + \left( e^{k_1 t_1} \left( -V_1(t_2)e^{k_1 t_2} - V_2(t_2)e^{-k_1 t_2} + \hat{P} + D - \frac{h\hat{I}}{Kk_1^2} \right) \right) \frac{1}{(e^{k_1 t_1})((\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} + k_1)e^{-k_1 t_2}) - (e^{-k_1 t_1})((\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\beta t^c} - k_1)e^{k_1 t_2})}$$

Kemudian dianalisis kestabilan untuk  $t \in [t_1, t_2]$  pada persamaan  $I(t) = c_1 e^{rt} + c_2 e^{-rt} + Q(t)$  akan mencapai kestabilan untuk  $t \rightarrow t_2$  sehingga persamaan tingkat persediaan barang yang optimal  $I(t)$  menuju kesatu nilai.

## 5.2 Saran

Tugas akhir ini memaparkan tentang model persediaan barang pada waktu berhingga dan menyelesaikan dengan menggunakan teknik kendali optimal, maka saran-saran yang ingin disampaikan adalah penelitian dapat dikembangkan dalam bentuk lain.

Demikian, saran yang bisa disampaikan penulis, semoga pembaca bisa mengembangkan lebih lanjut tentang persamaan diferensial dinamik. Penulis juga meminta saran dan kritikan yang membangun dari pembaca demi kesempurnaan tugas akhir ini.

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

